

Cursul 3

Teste statistice. Decizie și erori statistice



Șl. Dr. Lavinia Moleriu

Cuprins

- Definiții, noțiuni introductive
- Ipoteze statistice
- Decizia statistică
- Erori statistice
- Clasificarea testelor statistice

- Ce credeti că sunt testele statistice?
- Reprezintă un procedeu prin care se stabilește, cu un anumit nivel de încredere, dacă diferențele între parametrii statistici sunt sau nu sunt semnificative.

Diferențe nesemnificative

- Sunt acele diferențe, care au o probabilitate mare să apară din întâmplare și se datorează variabilității de eșantionare.

■ Diferențe semnificative

- Sunt acele diferențe, care au o probabilitate mică să apară din întâmplare.

■ Pragul de semnificație α

- Reprezintă valoarea convențională sub care începem să considerăm diferențele ca semnificative. Uzual, $\alpha=5\%$

Etapele studiului statistic

Formularea ipotezelor de cercetare

Formularea ipotezelor statistice

Selectia unui eșantion si colectarea datelor

Calcularea statisticii testului

Evaluarea dovezilor pentru rejectarea lui H_0

Formularea concluziei



Ipoteze statistice

➤ Ipoteza de cercetare

- certifică existența unei diferențe între grupurile studiate, sau o asocieră între factori

➤ Testarea statistică a ipotezei

- permite cuantificarea riscului de eroare implicat în mecanismul inferenței statistice

Ipoteze statistice

- ▶ Testele statistice prin care se realizează o comparație încep cu enunțarea unei ipoteze privind un rezultat posibil al comparației, numită **IPOTEZĂ STATISTICĂ**.
- ▶ Ipoteza statistică este, de fapt, o propoziție care este construită pe o afirmație sau o negație relativ la un parametru al unei populații.
- ▶ Exista două ipoteze: **H₀** și **H_a**

Ipoteza de zero

- Ipoteza de zero, notată H_0 se mai numește și **ipoteză de nul** sau **ipoteza nulă**
- **Ipoteza nulă** face întotdeauna afirmația că:
 - ”între elementele pe care le comparăm **nu există** diferențe semnificative”
- Prin ipoteza nulă putem compara:
 - o valoare medie (obținută) cu o valoare dată (teoretică)
 - două valori medii (două loturi)
 - o distribuție teoretică cu una experimentală
 - două distribuții experimentale
 - două dispersii
 - mai multe valori medii, proporții etc...

Exemplu

- În cazul în care se compară înălțimea medie a băieților și a fetelor, ipoteza nulă se scrie simbolic astfel:

- $H_0: \mu_B = \mu_F$

și se citește

- ”Între înălțimea băieților și înălțimea fetelor (din acest studiu) nu există diferențe semnificative”

sau

- ”Nu există diferențe semnificative între înălțimea celor două sexe”

...

Ipoteze alternative

- **Ipoteza alternativă** este adevărată atunci când H_0 nu este adevărată.
- Ipotezele alternative se pot exemplifica cel mai simplu, atunci când avem de comparat două medii.
- Ipotezele alternative pot fi de două tipuri
 - **ipoteza alternativă bilaterală**
 - $\mu_B \neq \mu_F$ ("înălțimea băieților este diferită de a fetelor")
 - **ipoteza alternativă unilaterală**
 - $\mu_B > \mu_F$ ("băieții sunt mai înalți decât fetele")
 - $\mu_B < \mu_F$ ("fetele sunt mai înalte decât băieții")

Prag de semnificație

11

- ▶ *Pragul de semnificație* (α) este valoarea probabilității de la care începem să considerăm diferențele ca fiind semnificative
 - ▶ Valoarea uzuală este: $\alpha = 0,05 = 5\%$
- ▶ Nivelul de încredere (confidență) este notat cu $1 - \alpha = 0,95 = 95\%$
- ▶ Coeficientul “**p**” reprezintă probabilitatea ca diferențele observate să fi apărut din întâmplare

Decizia statistică

- Formularea deciziei se face în funcție de **p**:
 - dacă $p \geq \alpha$ acceptăm $H_0 \rightarrow$ diferențele sunt ne semnificative
 - dacă $p < \alpha$ respingem $H_0 \rightarrow$ diferențele sunt semnificative
- Pentru $\alpha = 0,05$ regiunea de respingere se împarte în 3 subregiuni:
 - dacă $p < 0,05$, atunci diferențele sunt semnificative
 - dacă $p < 0,01$, atunci diferențele sunt foarte semnificative
 - dacă $p < 0,001$, atunci diferențele sunt extrem de semnificative

Formularea deciziei unui test statistic în funcție de valoarea lui p

p		
	$p > 0.05$ Dif. NESEMNIFICATIVE	Acceptăm H_0
$0.05 = 5\%$		
	$p < 0.05$ Dif. SEMNIFICATIVE	Respingem H_0
$0.01 = 1\%$		
	$p < 0.01$ Dif. FOARTE Semnificative	
$0.001 = 0.1\%$		
	$p < 0.001$ Dif. EXTREM de semnific.	

Erori statistice

- Știind că decizia unui test statistic are caracter probabilistic există riscul de a avea erori în decizia noastră
- Erorile statistice posibile se împart în două clase:
 - erori de tip I: când respingem H_0 , deși este adevărată
 - erori de tip II: când acceptăm H_0 , deși este falsă
- Cu α se notează probabilitatea erorii de tip I, iar cu β se notează eroarea de tip II.

Erori statistice

Situații posibile în decizia testelor statistice

		SITUAȚIA	REALĂ
		$H_0 = \text{Adevărată}$	$H_0 = \text{Falsă}$
DECIZIE	Acceptăm H_0	Corect $p=1-\alpha$	Eroare tip II $p=\beta$
	Respingem H_0	Eroare tip I $p = \alpha$	Corect $p = 1 - \beta$

Caracteristicile testelor

- **Nivelul de încredere** reprezintă capacitatea de a accepta o ipoteză când aceasta este adevărată
 - Mărimea $1 - \alpha$ se numește *nivel de încredere* sau *nivel de confidență* a testului, unde α reprezintă pragul de semnificație, sau probabilitatea erorii de tip I
- **Puterea testului** reprezintă capacitatea de a respinge o ipoteză când aceasta este falsă
 - Mărimea $1 - \beta$ se numește *puterea testului*, unde β reprezintă probabilitatea erorii de tip II

OBS: Cele două caracteristici variază invers proporțional

Clasificarea testelor

17

- **Teste parametrice** în care distribuția este cunoscută (cel mai adesea se consideră doar distribuția normală, pentru care se pot aplica aceste teste)
- **Teste neparametrice** în care se consideră necunoscută distribuția
 - testele neparametrice sunt mai generale, iar dacă distribuția este în realitate o distribuție normală testele neparametrice dau rezultate asemănătoare cu cele parametrice

Clasificarea testelor

- **Teste de semnificație** prin care se verifică egalitatea unui parametru estimat (medie, procent, etc.) cu o valoare dată.
 - testul t (Student)
 - testul z

- **Teste de omogenitate** prin care se compară doi parametri (medii, procente, dispersii etc.)
 - testul F (Fisher)

Clasificarea testelor

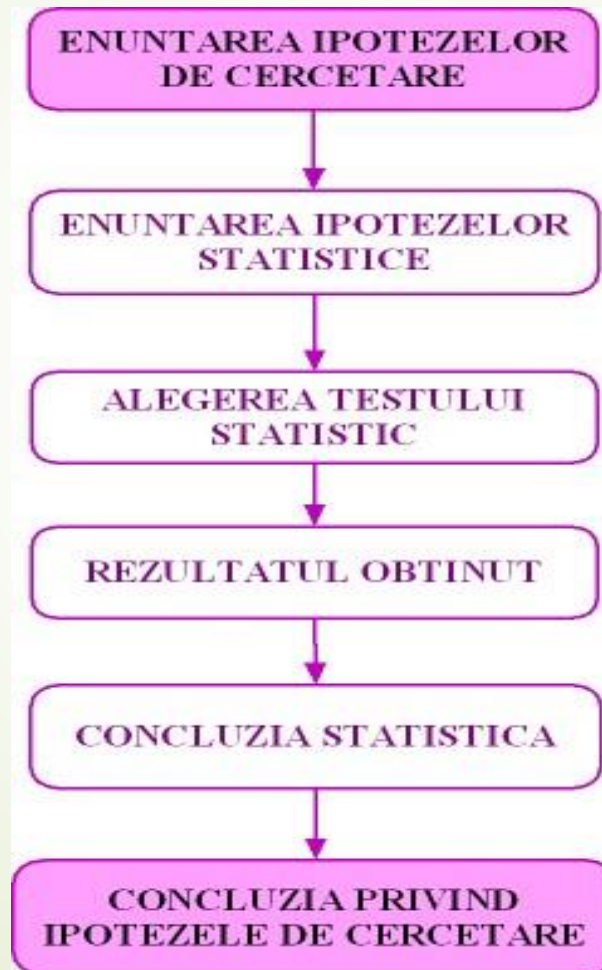
19

- **Teste de concordanță** prin care se compară o distribuție experimentală cu una teoretică sau se compară două distribuții experimentale
- **Teste de independență** prin care se verifică independența unor serii de valori experimentale (în special pentru tabele de contingență)
 - testul χ^2
- **Teste pentru corelații** prin care se evaluează semnificația parametrilor estimați în analiza corelației

STATISTICA

- În anul 1749 termenul de **statistica**, precum și primele formulări ale unui concept de statistica au fost introduse în literatura de specialitate de filozoful german Gottfried Achewall (1719-1772).
- Iar în Europa de vest englezul John Sinclair (1754-1835) a introdus conceptele de statistică între anii 1790-1800

Etapele cercetării



TESTE STATISTICE UZUALE:

► Exemple:

- Testul z
- Testul t
- Testul t nepereche
- Testul t pereche
- Testul χ^2
- ANOVA

Teste pentru compararea unei valori medii cu o valoare dată

- Se folosesc pentru compararea unei valori medii cu o valoare dată, dacă populația are o distribuție normală

- **Testul z**

- dacă volumul eșantionului $n \geq 30$
- dacă dispersia populației este cunoscută

- **Testul t**

- dacă volumul eșantionului $n < 30$
- dacă dispersia populației este necunoscută

Teste pentru compararea unei valori medii cu o valoare dată

► Ipotezele statistice pentru testul z și testul t

- H0: **Nu** există diferențe între media populației și valoarea dată
 - **formulă:** $\mu = \mu_0$
- Ha: **Există** diferențe între media populației și valoarea dată
 - **formulă:** $\mu \neq \mu_0$

Teste pentru variabile numerice

➡ **TESTUL t Student (Istoric)**

- ➡ Denumirea STUDENT provine de la chimistul și statisticianul britanic William Sealy GOSSET (1876-1937) care a lucrat la o celebră fabrică de bere din Dublin, în calitate de supervizor al procesului de fabricație al acestui produs.
- ➡ Gosset a avut ca „sarcină de serviciu” compararea calității berii produse de firma respectivă cu cea produsă de alte firme.

Teste pentru variabile numerice

➔ **TESTUL t NEPERECHE**

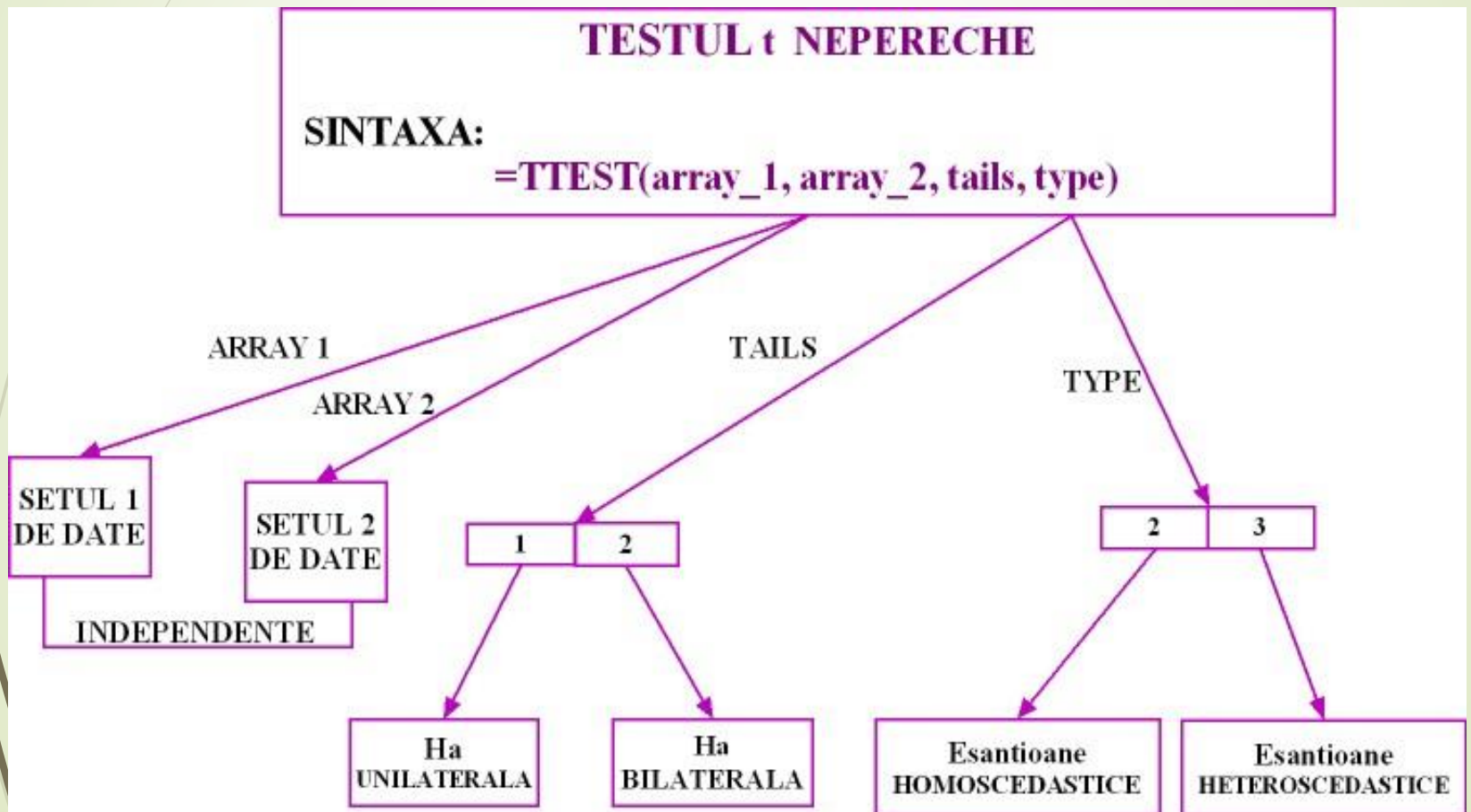
- seriile de valori provin din determinări pe indivizi diferiți, adică seriile sunt independente
- se compară două valori medii obținute pe serii independente și variabile distribuite normal

Teste pentru variabile numerice

➡ TESTUL t NEPERECHE

- H_0 : Între cele două valori medii nu sunt diferențe
 - **formulă:** $\mu_1 = \mu_2$
- H_a : Între cele două valori medii există diferențe
 - **formulă:** $\mu_1 \neq \mu_2$ ipoteză alternativă bilaterală
 $\mu_1 > \mu_2$ sau $\mu_1 < \mu_2$ ipoteză alternativă unilaterală

Teste pentru variabile numerice



Teste pentru variabile numerice

➡ TESTUL t PERECHE

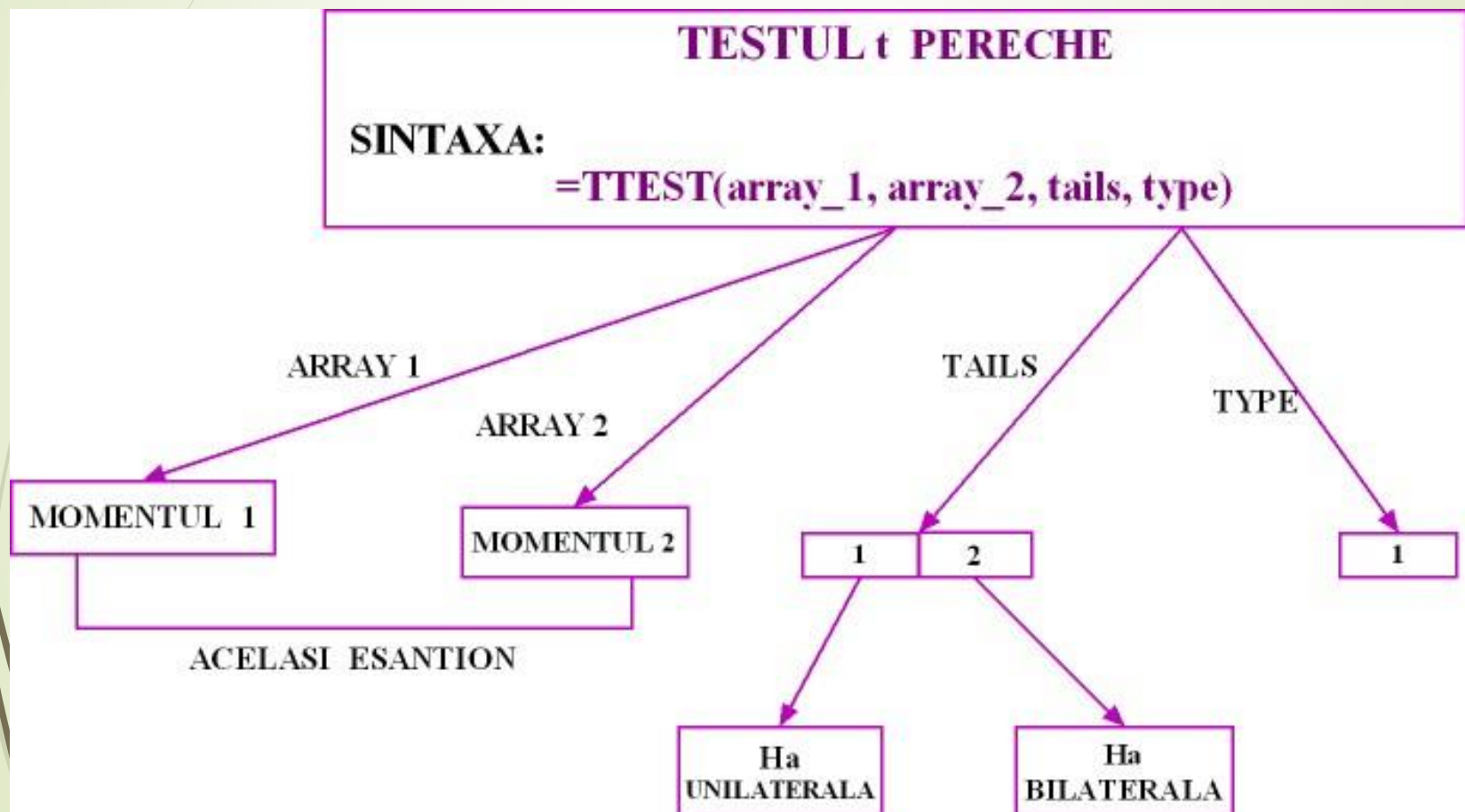
- seriile de valori provin din determinări pe aceiași indivizi în condiții diferite, adică seriile sunt dependente
- se compară două valori medii obținute pe serii perechi și variabile distribuite normal

Teste pentru variabile numerice

➔ TESTUL t PERECHE

- H_0 : Între cele două valori medii nu sunt diferențe
 - **formulă:** $\mu_1 = \mu_2$
- H_a : Între cele două valori medii există diferențe
 - **formulă:** $\mu_1 \neq \mu_2$ ipoteză alternativă bilaterală
 - $\mu_1 > \mu_2$ sau $\mu_1 < \mu_2$ ipoteză alternativă unilaterală

Teste pentru variabile numerice



Prag de semnificație

32

- *Pragul de semnificație* (α) este valoarea probabilității de la care începem să considerăm diferențele ca fiind semnificative
 - Valoarea uzuală este: $\alpha = 0,05 = 5\%$
- Nivelul de încredere (confidență) este notat cu $1 - \alpha = 0,95 = 95\%$
- Coeficientul “**p**” reprezintă probabilitatea ca diferențele observate să fi apărut din întâmplare

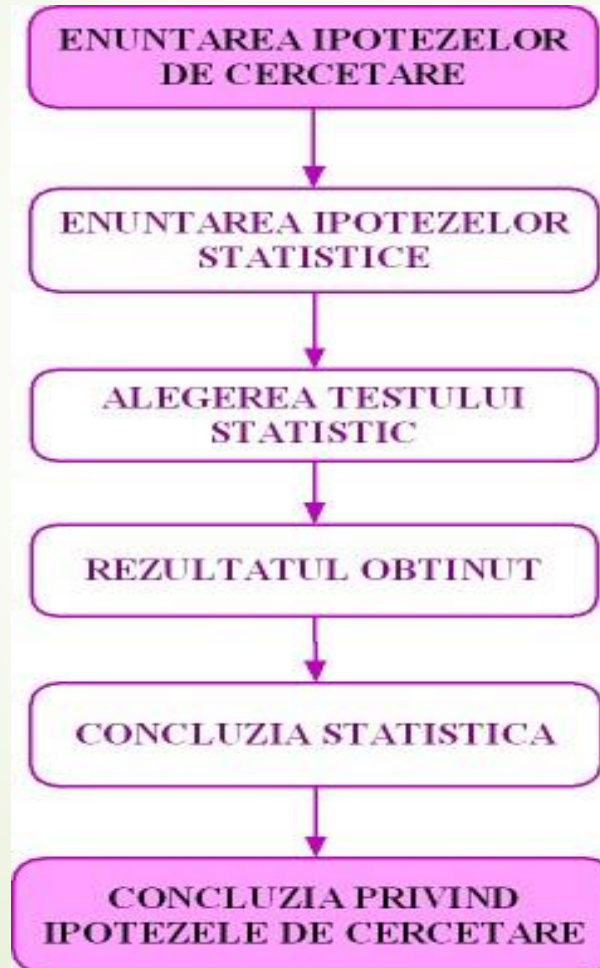
Decizia statistică

- Formularea deciziei se face în funcție de **p**:
 - dacă $p \geq \alpha$ acceptăm $H_0 \rightarrow$ diferențele sunt ne semnificative
 - dacă $p < \alpha$ respingem $H_0 \rightarrow$ diferențele sunt semnificative
- Pentru $\alpha = 0,05$ regiunea de respingere se împarte în 3 subregiuni:
 - dacă $p < 0,05$, atunci diferențele sunt semnificative
 - dacă $p < 0,01$, atunci diferențele sunt foarte semnificative
 - dacă $p < 0,001$, atunci diferențele sunt extrem de semnificative

Erori statistice

- Știind că decizia unui test statistic are caracter probabilistic există riscul de a avea erori în decizia noastră
- Erorile statistice posibile se împart în două clase:
 - erori de tip I: când respingem H_0 , deși este adevărată
 - erori de tip II: când acceptăm H_0 , deși este falsă
- Cu α se notează probabilitatea erorii de tip I, iar cu β se notează eroarea de tip II.

Etapele cercetării



TESTE STATISTICE UZUALE:

➤ Example:

- Testul t nepereche
- Testul t pereche
- Testul χ^2
- ANOVA

Teste pentru variabile nominale

► Testul χ^2

- realizează analiza asocierilor ce implică date de tip categorie (frecvența de apariție)
- se compară diferențele între proporții

Teste pentru variabile nominale

► Testul χ^2

- H0: Între proporții nu există diferențe
- Ha: Între proporții există diferențe

Teste pentru variabile nominale

TESTUL χ^2

SINTAXA: =CHITEST(actual_range; expected_range)

VALORI OBSERVATE

VALORI ASTEPTATE

sau

TESTUL χ^2

www.graphpad.com

Analiza variației (ANOVA)

➡ ANOVA (ANalysis Of VAriance)

- este un test de comparare a mediilor mai multor populații cu distribuții normale

ANOVA

➤ ANOVA UNIFACTORIALĂ

- se compară "n" serii de date independente
- H0: Nu există diferențe între mediile celor "n" serii
 - **formulă:** $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_n$
- Ha: Există cel puțin o serie (valoare medie) care diferă față de celelelalte

Concluzia statistică

- Formularea concluziei se face în funcție de **p** valoarea testului:
- Pentru $\alpha = 0,05$
 - dacă $p \geq \alpha$ acceptăm $H_0 \rightarrow$ și spunem că diferențele observate sunt **nesemnificative**
 - dacă $p < \alpha$ respingem $H_0 \rightarrow$ și spunem că diferențele observate sunt **semnificative**
 - dacă $p < 0,05$, atunci **diferențele sunt semnificative**
 - dacă $p < 0,01$, atunci **diferențele sunt foarte semnificative**
 - dacă $p < 0,001$, atunci **diferențele sunt extrem de semnificative**